

# 論理回路入門（1）

論理演算と論理ゲート

李 亜民

2022年9月27日(火)

# 論理回路入門

## 授業の内容

- **論理回路の基本**: ブール代数、真理値表、カルノー図、論理式の積和形と和積形、EDA ツール
- **組合せ回路**: 半加算器、全加算器、リップルキャリーアダー、キャリールックアヘッドアダー、ツリー型桁上げ先見加算器、減算器、乗算器、ウォレスツリー乗算器、マルチプレクサ、7セグメントLED、ALU、デコーダ、エンコーダ
- **順序回路**: RS ラッチ、D ラッチ、D フリップフロップ、T フリップフロップ、JK フリップフロップ、レジスタ・ファイル、状態遷移図、交通信号機制御システム、N 進カウンター

# 論理回路入門

- 成績評価

最終課題 (テスト) 成績 × 30% +  
課題レポート成績 × 70%

- 課題レポートの提出：次回の授業開始前までに  
いかなる理由でも遅延提出は認めない (遅刻厳禁)  
課題レポートの提出：学習支援システム (Hoppii)

- 教科書: 授業のスライドの PDF ファイル

- 参考書: デジタル回路設計とコンピュータアーキ  
テクチャ 第2版 2017

- その他: ノート PC をクラスに持ち込んでください

# 論理演算と論理ゲート

## ポイント

- 0 と 1 の表現（電圧の高／低）
- 論理演算と論理ゲート
  - ▶ 基本的な論理演算と論理ゲート: AND、OR、NOT
  - ▶ ほかのゲート: NAND、NOR、XOR、XNOR
- 論理演算の理解（電球を点灯する回路）
- 真理値表
- 論理式と論理回路
- ゲートのトランジスタ型実装
- ゲートの NMOS 型実装
- ゲートの CMOS 型実装

# 論理回路とは

- 論理回路は論理演算を行う電気回路である。
- デジタル回路とも呼ばれる。
- 論理回路を使う場所
  - ▶ コンピューター、携帯電話、ゲーム機
  - ▶ テレビ、DVDレコーダー、デジタルカメラ
  - ▶ 人工衛星、ナビゲーション
  - ▶ 冷蔵庫、洗濯機、電子レンジ
  - ▶ コピー機、プリンタ
  - ▶ 電卓、時計、リモコン
  - ▶ 自動運転車、… …

# 論理演算とは

- コンピュータのハードウェアは、電圧の高／低または電圧の有／無の状態を動作の基本としている。
- これら二つの状態を数値化して表現するには、1と0の二つの数値を組み合わせる2進数が最適である。
- コンピュータでは、例えば  
電圧が**高い**または電圧が**ある**状態を2進数の**1**に、  
電圧が**低い**または電圧が**無い**状態を2進数の**0**に  
割り当てている。
- ちなみに2進数は10進数と同じような四則演算(和、差、積、商)のほかに、2進数特有な**論理演算**がある。
- 最も基本的な論理演算は**論理積**(AND)と**論理和**(OR)及び**否定**(NOT)である。

# 基本的な論理演算 1. AND

## ① AND (アンド)

論理積 (かつ)

『例』  $F = A \cdot B = A \ B$

(ふたつの表現)

$0 \cdot 0 = 0$  偽

$0 \cdot 1 = 0$  偽

$1 \cdot 0 = 0$  偽

$1 \cdot 1 = 1$  ..... 真 かつ 真 = 真

論理積は、入力値がすべて1のときに1を出力する。  
それ以外の入力値のときは0を出力する。

# 基本的な論理演算 2. OR

## ② OR (オア)

論理和 (または)

『例』  $F = A + B$

(注意: 加算ではない)

0	+	0	=	0	.....	偽	または	偽	=	偽
0	+	1	=	1						真
1	+	0	=	1						真
1	+	1	=	1						真

論理和は、入力値がすべて0のときに0を出力する。  
それ以外の入力値のときは1を出力する。



# 基本的な論理演算 3. NOT

## ③ NOT (ノット)

否定

『例』  $F = \bar{A}$

(読み方: A バー)

$\bar{0} = 1$  ..... 偽の否定 = 真

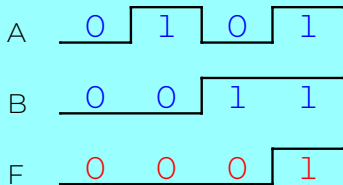
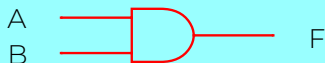
$\bar{1} = 0$  ..... 真の否定 = 偽

論理否定は、入力された値が0なら1に、  
1なら0に反転する。

# 基本的な論理ゲート — 1. AND ゲート

論理積

波形



論理式  $F = A \cdot B = A B$

真理値表

論理積 (AND) は、入力値がすべて1のときに1を出力する。それ以外の入力値のときは0を出力する。

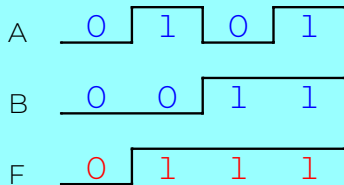
A	B	F
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

論理積は、入力値がすべて1のときに1を出力する。それ以外の入力値のときは0を出力する。

# 基本的な論理ゲート — 2. OR ゲート

論理和

波形



論理式  $F = A + B$

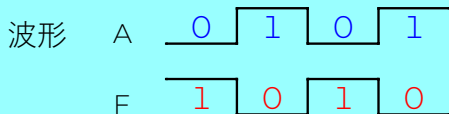
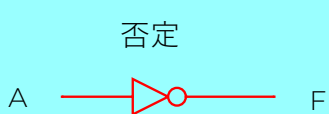
真理値表

論理和 (OR) は、入力値にいずれか 1 が入力されたときに 1 を出力する。それ以外の入力値のときは 0 を出力する。

論理和は、入力値がすべて 0 のときに 0 を出力する。それ以外の入力値のときは 1 を出力する。

A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

# 基本的な論理ゲート — 3. NOT ゲート



$$\text{論理式 } F = \bar{A}$$

否定 (NOT) は、入力された値が 1 なら 0 に、0 なら 1 に反転する。

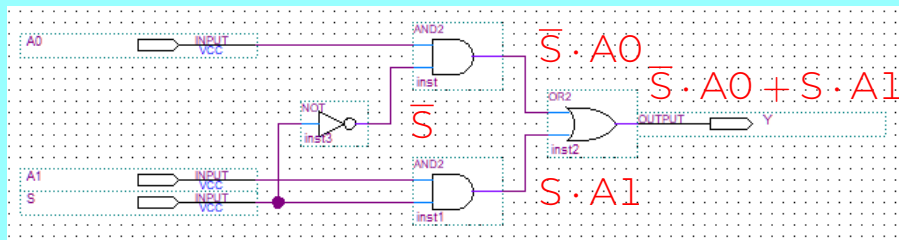
真理値表

A	F
0	1
1	0

# 論理式と論理回路の例

論理式の例  $Y = \bar{S} \cdot A0 + S \cdot A1$

その論理式の論理回路



優先順位: (高い) 否定 → 論理積 → 論理和 (低い)

# 論理式と論理回路の例

論理式の例  $Y = \bar{S} \cdot A0 + S \cdot A1$

その論理式の真理値表

入力						出力
S	A1	A0	$\bar{S}$	$\bar{S} \cdot A0$	$S \cdot A1$	Y
0	0	0	1	0	0	0
0	0	1	1	1	0	1
0	1	0	1	0	0	0
0	1	1	1	1	0	1
1	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0
1	1	0	0	0	1	1
1	1	1	0	0	1	1

# 排他的論理和 (XOR)

排他的論理和 XOR (Exclusive Or)

$$A \text{ XOR } B = A \oplus B = \bar{A} \cdot B + A \cdot \bar{B}$$

排他的論理和は、入力値が**違う**とき 1 を出力する。

それ以外（入力値が**同じ**とき）は、0 を出力する。



$$A \oplus A = 0$$

$$A \oplus \bar{A} = 1$$

$$A \oplus 0 = A$$

$$A \oplus 1 = \bar{A}$$

A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

# 否定排他的論理和 (XNOR)

否定排他的論理和 XNOR (Exclusive Not Or)

$$A \text{ XNOR } B = A \odot B = \bar{A} \cdot \bar{B} + A \cdot B = \overline{A \oplus B}$$

否定排他的論理和は、入力値が**同じ**とき 1 を出力する。  
それ以外（入力値が**違う**とき）は、0 を出力する。



$$A \odot A = 1$$

$$A \odot \bar{A} = 0$$

$$A \odot 0 = \bar{A}$$

$$A \odot 1 = A$$

XNOR 真理値表

A	B	F
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1



# よく使われた7ゲート

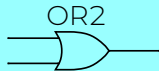
● AND

$$F = A \cdot B$$



● OR

$$F = A + B$$



● NOT

$$F = \bar{A}$$



● NAND

$$F = \overline{A \cdot B}$$



● NOR

$$F = \overline{A + B}$$



● XOR

$$F = A \oplus B$$

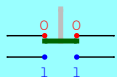


● XNOR

$$F = A \odot B = \overline{A \oplus B}$$

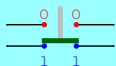


# 論理演算を理解 (電球を点灯する)



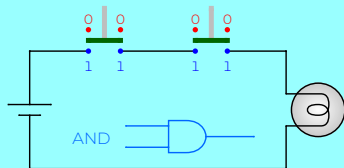
0: Switch Off

論理 0 (偽)



1: Switch On

論理 1 (真)



$$0 \cdot 0 = 0$$

偽 (消灯)

$$0 \cdot 1 = 0$$

偽 (消灯)

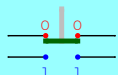
$$1 \cdot 0 = 0$$

偽 (消灯)

$$1 \cdot 1 = 1 \dots\dots\dots \text{真} \text{ かつ } \text{真} = \text{真} \text{ (点灯)}$$

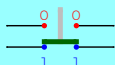
論理積は、入力値がすべて1のときに1を出力する。  
それ以外の入力値のときは0を出力する。

# 論理演算を理解 (電球を点灯する)



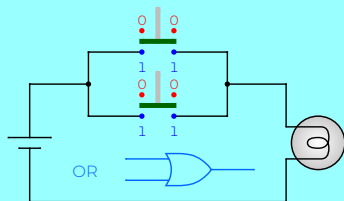
0: Switch Off

論理 0 (偽)



1: Switch On

論理 1 (真)



$0 + 0 = 0$  ..... 偽 または 偽 = 偽 (消灯)

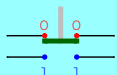
$0 + 1 = 1$  真 (点灯)

$1 + 0 = 1$  真 (点灯)

$1 + 1 = 1$  真 (点灯)

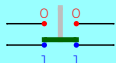
論理和は、入力値がすべて0のときに0を出力する。  
それ以外の入力値のときは1を出力する。

# 論理演算を理解 (電球を点灯する)



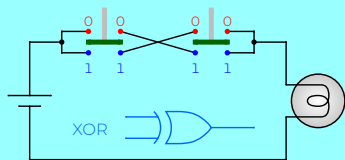
0: Switch Off

論理 0 (偽)



1: Switch On

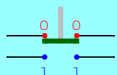
論理 1 (真)



0	⊕	0	=	0	.....	偽	⊕	偽	=	偽	(消灯)
0	⊕	1	=	1						真	(点灯)
1	⊕	0	=	1						真	(点灯)
1	⊕	1	=	0	.....	真	⊕	真	=	偽	(消灯)

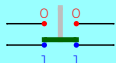
排他的論理和は、入力値が違うとき 1 を出力する。  
それ以外 (入力値が同じとき) は、0 を出力する。

# 論理演算を理解 (電球を点灯する)



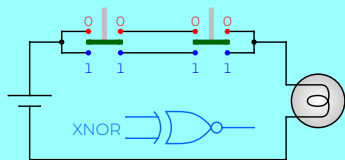
0: Switch Off

論理 0 (偽)



1: Switch On

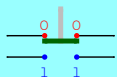
論理 1 (真)



0 ⊙ 0 = 1	.....	偽 ⊙ 偽 = 真 (点灯)
0 ⊙ 1 = 0		偽 (消灯)
1 ⊙ 0 = 0		偽 (消灯)
1 ⊙ 1 = 1	.....	真 ⊙ 真 = 真 (点灯)

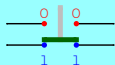
否定排他的論理和は、入力値が同じとき 1 を出力する。  
それ以外 (入力値が違うとき) は、0 を出力する。

# 論理演算を理解 (電球を点灯する)



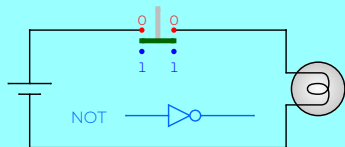
0: Switch Off

論理 0 (偽)



1: Switch On

論理 1 (真)

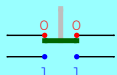


$$\overline{0} = 1 \dots\dots\dots$$
$$\overline{1} = 0$$

偽 の否定 = 真 (点灯)  
真 の否定 = 偽 (消灯)

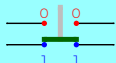
論理否定は、入力された値が 0 なら 1 に、  
1 なら 0 に反転する。

# 論理演算を理解 (電球を点灯する)



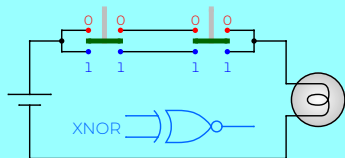
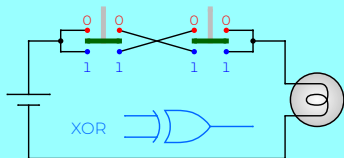
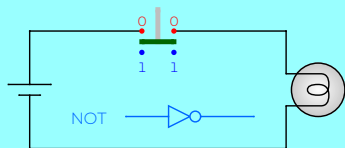
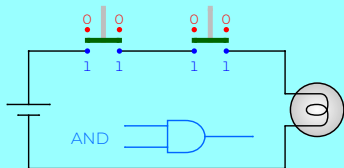
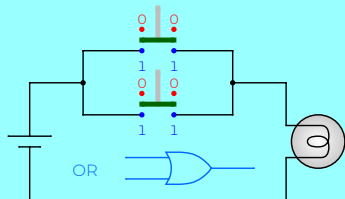
0: Switch Off

論理 0 (偽)



1: Switch On

論理 1 (真)

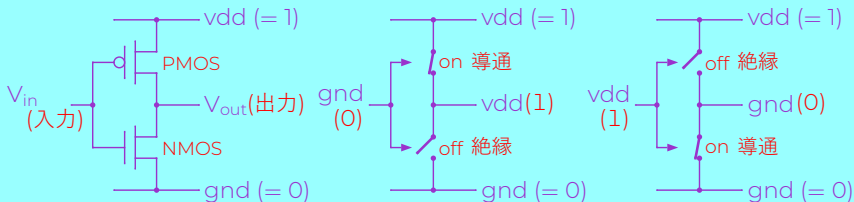


# CMOS トランジスタ

コンピュータの中には「1」と「0」のデータしかない。

その「1」と「0」を作り出すのが CMOS トランジスタである。

トランジスタには、P 型トランジスタ (PMOS) と N 型トランジスタ (NMOS) があり、この 2 つのトランジスタを組み合わせる使うのが CMOS トランジスタである。

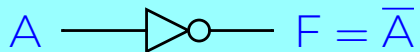


入力が  $gnd$  のとき、PMOS が導通、NMOS が絶縁状態になるので、出力は  $vdd$  となる。

入力が  $vdd$  のとき、PMOS が絶縁、NMOS が導通状態になるので、出力は  $gnd$  となる。

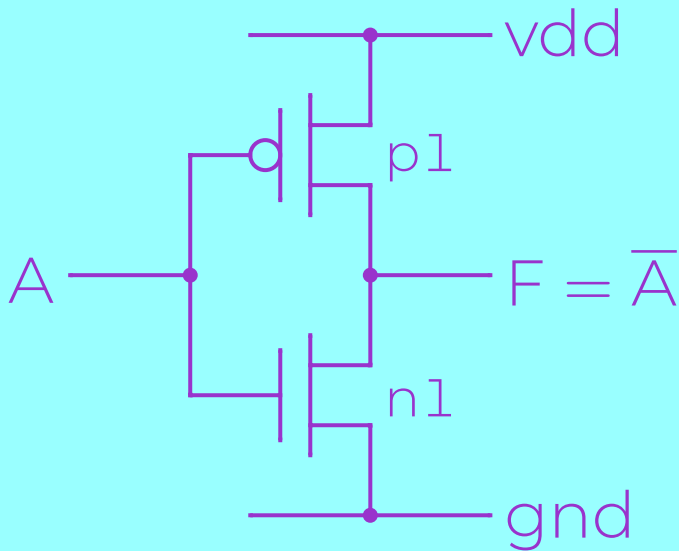


# NOT ゲート



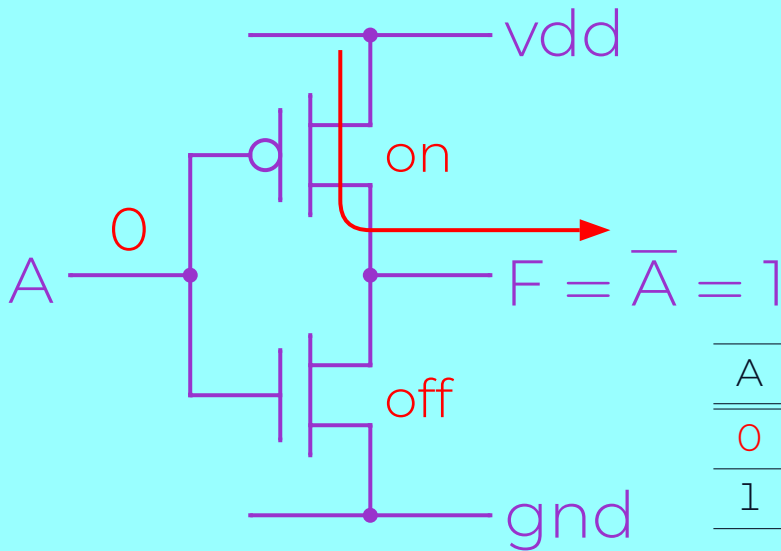
$A$	$\bar{A}$
0	1
1	0

# NOT ゲートの CMOS 型実装



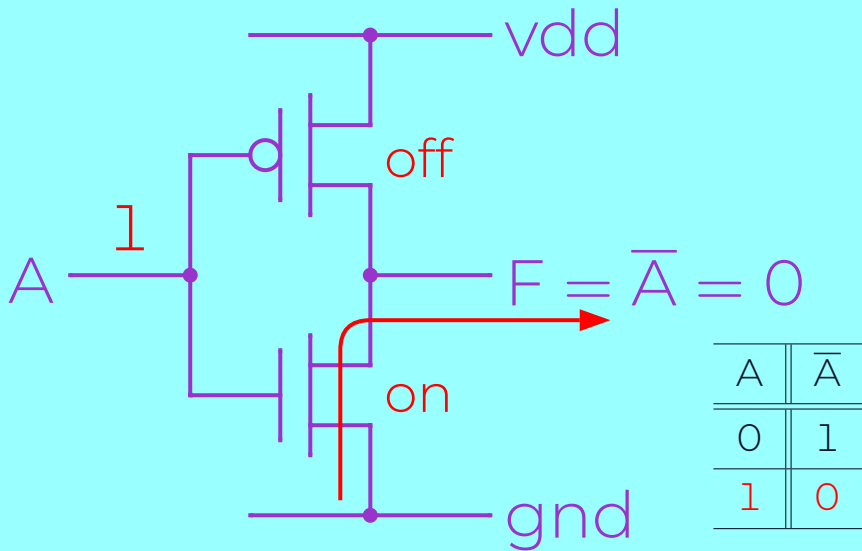
$A$	$\bar{A}$
0	1
1	0

# NOT ゲートの CMOS 型実装

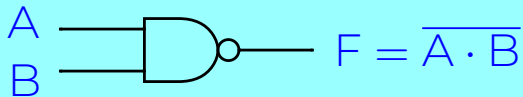


$A$	$\bar{A}$
$0$	$1$
$1$	$0$

# NOT ゲートの CMOS 型実装

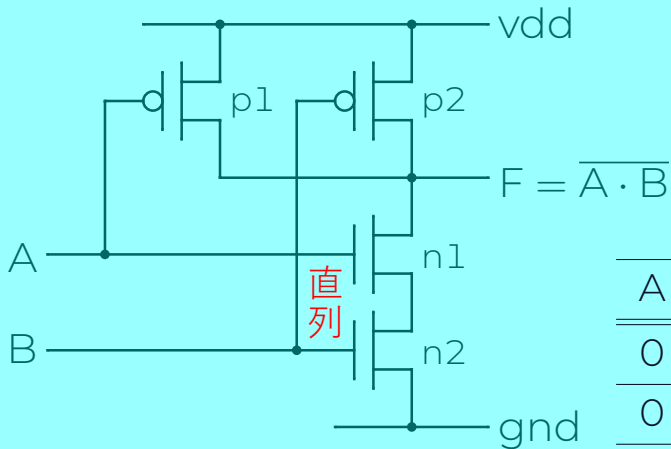


# NAND ゲート



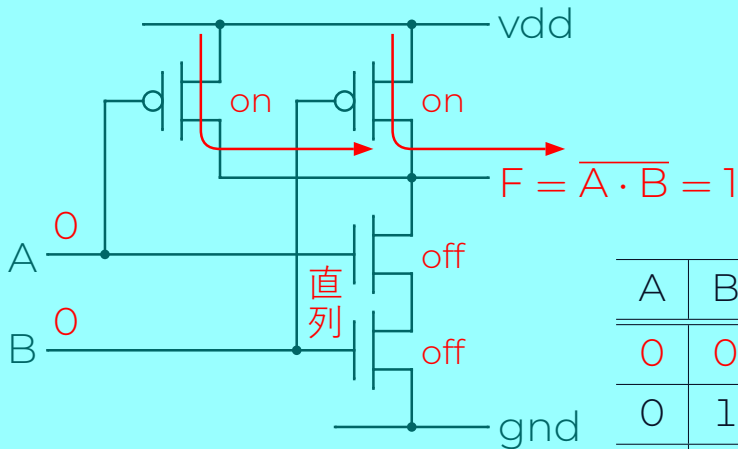
A	B	$A \cdot B$	$\overline{A \cdot B}$
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

# NAND ゲートの CMOS 型実装



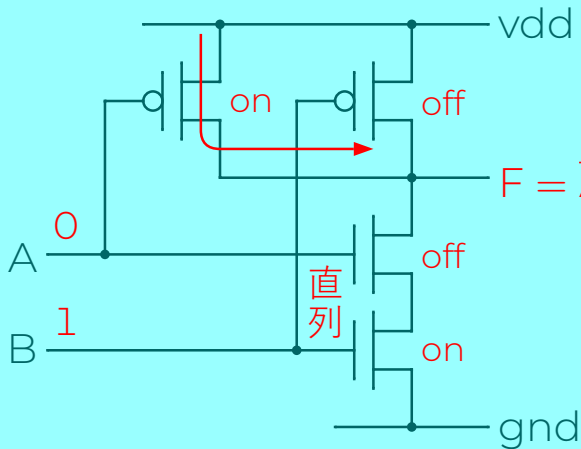
A	B	$\overline{A \cdot B}$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

# NAND ゲートの CMOS 型実装



A	B	$\overline{A \cdot B}$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

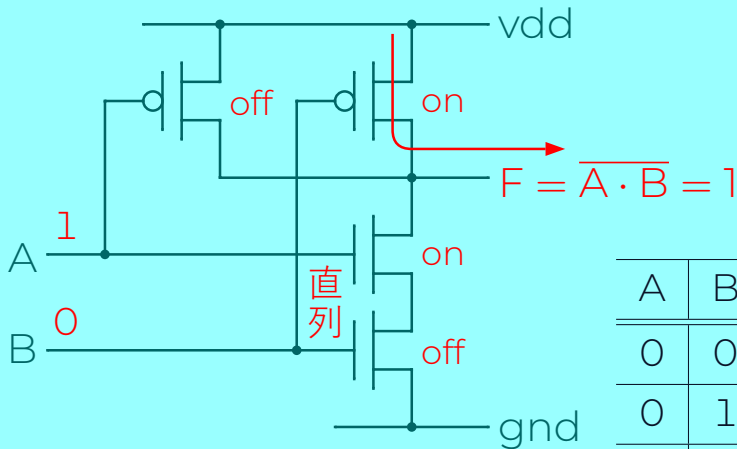
# NAND ゲートの CMOS 型実装



A	B	$\overline{A \cdot B}$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

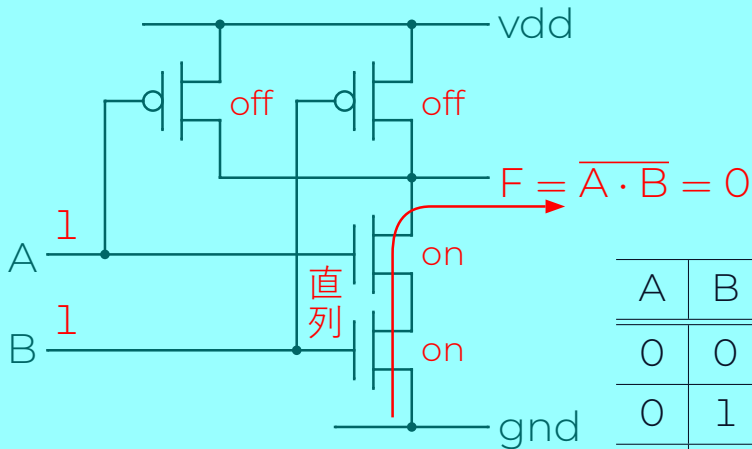


# NAND ゲートの CMOS 型実装



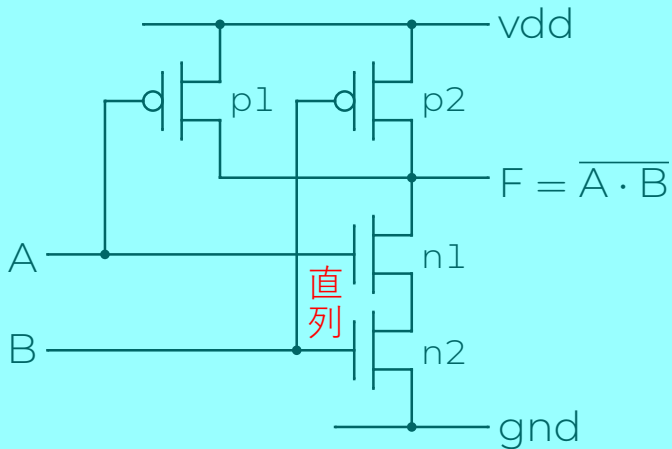
A	B	$\overline{A \cdot B}$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

# NAND ゲートの CMOS 型実装

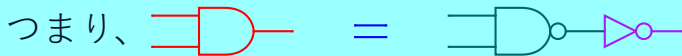
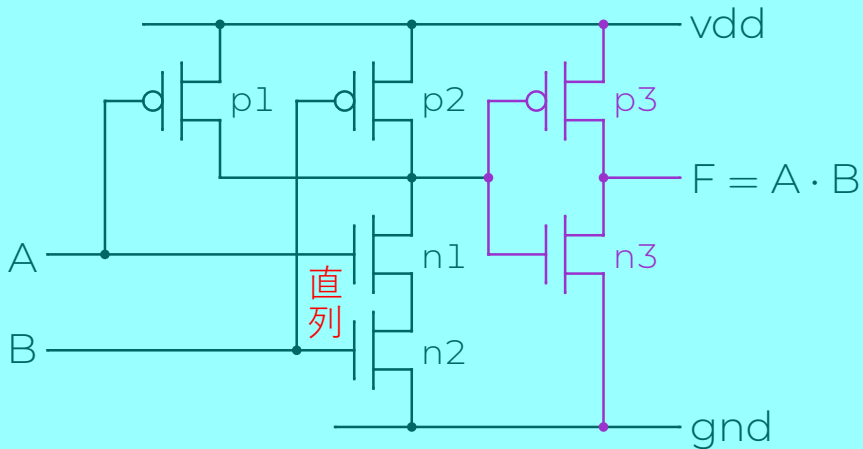


A	B	$\overline{A \cdot B}$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

# NAND ゲートの CMOS 型実装

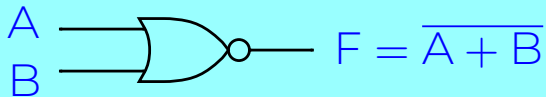


# AND ゲートの CMOS 型実装



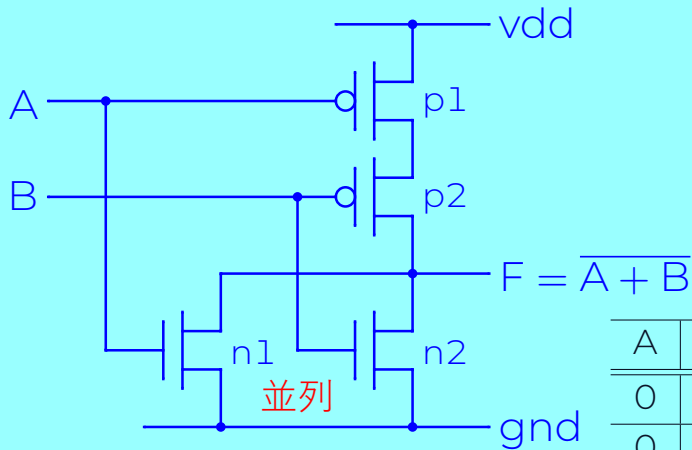
Note: A PMOS is connected to the vdd and NMOS is connected to the ground.

# NOR ゲート



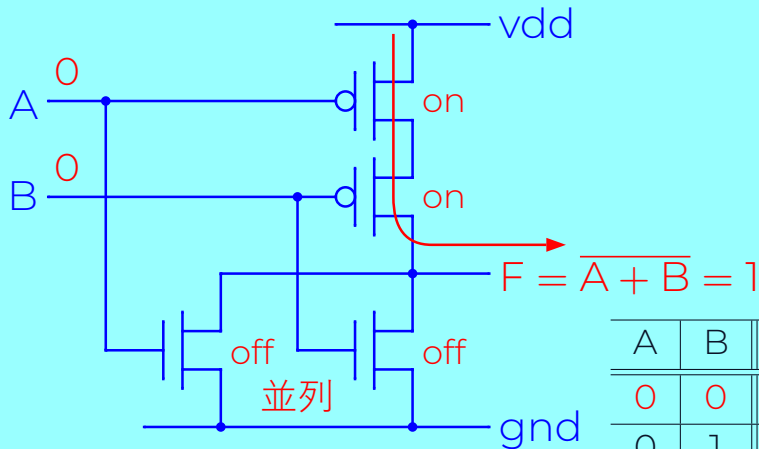
A	B	$A + B$	$\overline{A + B}$
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	1	0

# NOR ゲートの CMOS 型実装



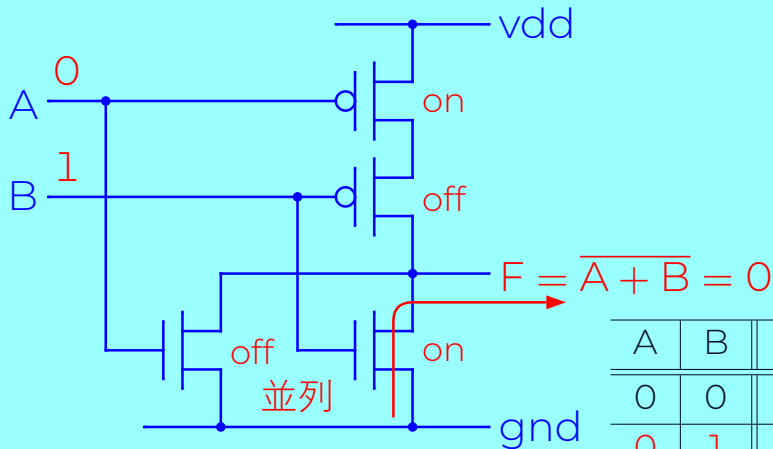
A	B	$\overline{A + B}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

# NOR ゲートの CMOS 型実装



A	B	$\overline{A + B}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

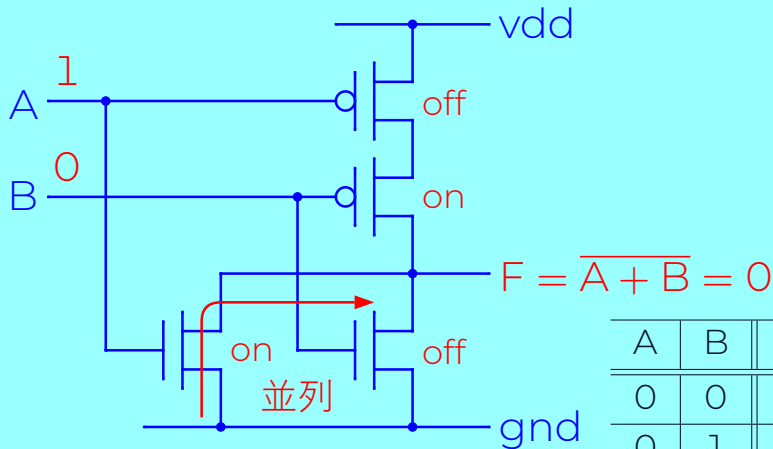
# NOR ゲートの CMOS 型実装



A	B	$\overline{A + B}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

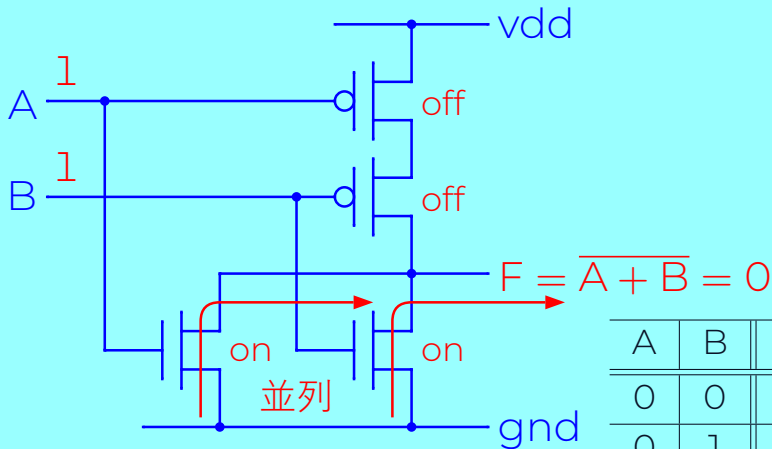


# NOR ゲートの CMOS 型実装



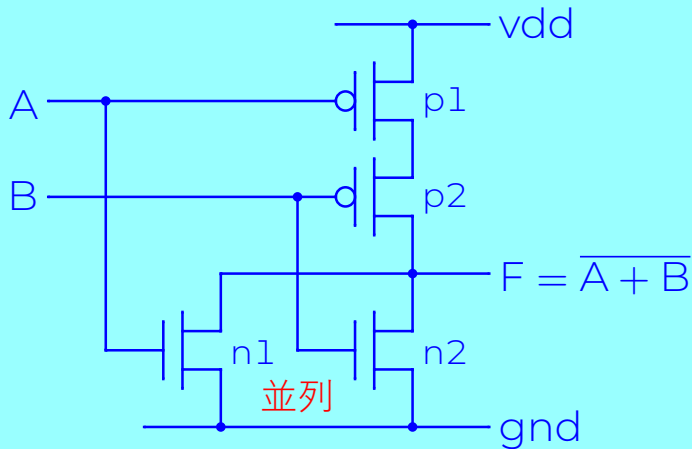
A	B	$\overline{A + B}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

# NOR ゲートの CMOS 型実装

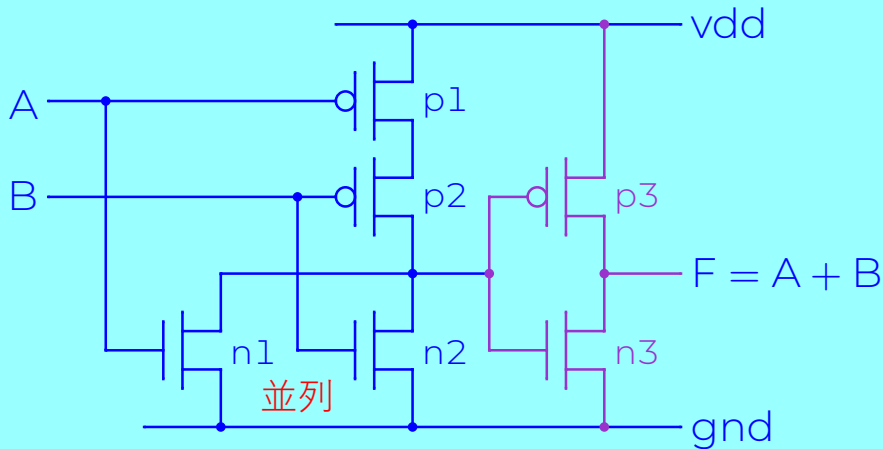


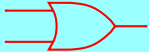
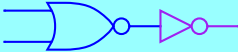
A	B	$\overline{A + B}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

# NOR ゲートの CMOS 型実装



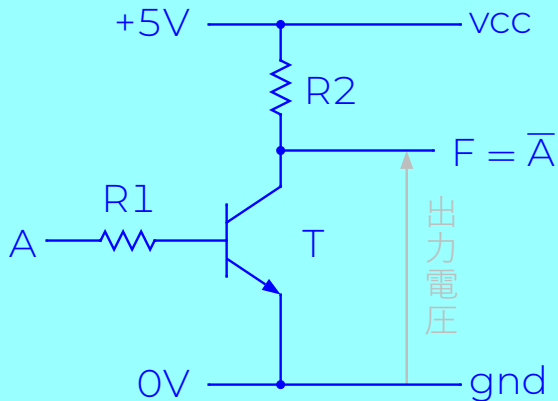
# OR ゲートの CMOS 型実装



つまり、 = 

Note: A PMOS is connected to the vdd and NMOS is connected to the ground.

# トランジスタ (Transistor)



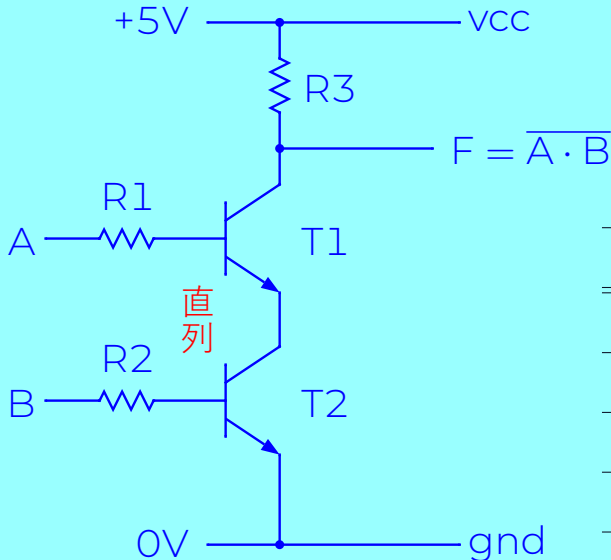
入力	出力
A	F
L	H
H	L

L: 低電位 (0)

H: 高電位 (1)

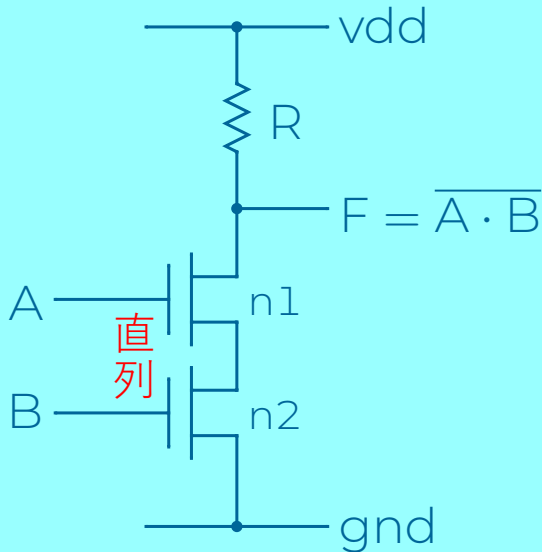
TTL — Transistor-transistor logic  
(トランジスタ-トランジスタロジック)

# NANDゲートのトランジスタ型実装



A	B	$\overline{A \cdot B}$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

# NANDゲートのNMOS型実装



A	B	$\overline{A \cdot B}$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

# 論理演算と論理ゲート

## まとめ

- 0と1の表現（電圧の高／低）
- 論理演算と論理ゲート
  - ▶ 基本的な論理演算と論理ゲート: AND、OR、NOT
  - ▶ ほかのゲート: NAND、NOR、XOR、XNOR
- 論理演算の理解（電球を点灯する回路）
- 真理値表
- 論理式と論理回路
- ゲートのトランジスタ型実装
- ゲートの NMOS 型実装
- ゲートの CMOS 型実装



# 課題 I (100 点)

問題 1 : 排他的論理和 XOR :  $A \oplus B = \bar{A} \cdot B + A \cdot \bar{B}$

$A \oplus B \oplus C$  の真理値表を完成して下さい。

注意 :  $A \oplus B \oplus C = (A \oplus B) \oplus C$

入力				出力
A	B	C	$A \oplus B$	$A \oplus B \oplus C$
0	0	0		
1	1	1		

# 課題 I (100 点)

問題 2 : 以下の論理式で表される回路を CMOS 回路として合成して下さい (CMOS 回路とその真理値表を書いてください)。

$$(1) F = \overline{A \cdot B \cdot C}$$

$$(2) F = \overline{A + B + C}$$

課題レポートの提出 : 次回の授業開始前までに

課題レポートのフォーマット : PDF

ファイル名 : **logic-01-22k9999-法政太郎.pdf**

(22k9999: 自分の ID ; 法政太郎: 自分の名前)

課題レポートの提出 : [学習支援システム \(Hoppii\)](#)

# 発展：自由練習

下図のCMOS回路の動作を解析して下さい（真理値表とFの論理式を書いて下さい）。

